

# Physique Quantique II, Examen Blanc

**Epreuve du 5 mai 2015 - 10h15 - 12h15**

*Cet énoncé de deux pages comporte trois exercices indépendants.*

## Exercice 1 : Effet Stark quantique confiné (2.5 points)

On considère un électron de masse  $m$  dans un puits de potentiel unidimensionnel carré  $V(x)$  de largeur  $L$ , dont les barrières infinies sont situées à  $x = \pm L/2$  et décrit par l'Hamiltonien  $\hat{H}_0$ . On applique au système un champ électrique d'intensité  $E$  constante, qui soumet l'électron à la force de Coulomb  $F = -eE$  et résulte en une perturbation  $\hat{U} = F\hat{x}$ .

1. Représentez schématiquement le potentiel total ressenti par l'électron pour  $F > 0$ .
2. Donnez l'hamiltonien total  $\hat{H}$  du système. Rappelez les énergies propres  $E_n$  et fonctions d'onde  $\varphi_n(x)$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) de l'électron non-perturbé, c'est-à-dire quand  $F = 0$ , en distinguant les cas  $n$  pair et  $n$  impair.
3. Maintenant dans le cas où  $F \neq 0$ , calculer la correction d'énergie  $E_1^{(1)}$  à l'ordre 1 de l'état fondamental. Que remarque-t-on?
4. En déduire les corrections d'énergie des états excités  $E_n^{(1)}$  avec  $n > 1$ .
5. Calculez maintenant la correction d'énergie  $E_1^{(2)}$  de l'état fondamental à l'ordre 2 (exploiter la parité des fonctions d'onde). Pour les sommes sur les états intermédiaires, on se restreindra aux seuls états  $\varphi_1(x)$  et  $\varphi_2(x)$ , et on indiquera avec  $U_{21}$  l'élément de matrice de la perturbation, calculé entre ces deux états.
6. Représentez intuitivement et qualitativement l'allure de la fonction d'onde de l'état fondamental dans le potentiel total.

## Exercice 2 : Particules en interaction dans un puit de potentiel (2.5 points)

On considère 2 particules indiscernables (sans spin) de masse  $m$  confinées dans un puits de potentiel unidimensionnel carré  $V(x)$ . On suppose que la hauteur des barrières est telle que seuls les états, associés aux fonctions d'ondes  $\varphi_1(x)$  et  $\varphi_2(x)$ , sont confinés dans le puits. L'hamiltonien du système est donné par

$$\hat{H}_0 = \hat{H}_1 + \hat{H}_2, \quad (1)$$

avec

$$\hat{H}_1 = \frac{\hat{p}_1^2}{2m} + V(\hat{x}_1), \quad \hat{H}_2 = \frac{\hat{p}_2^2}{2m} + V(\hat{x}_2). \quad (2)$$

1. Supposer que les états à deux particules soient pairs sous permutations. Déterminez une base d'états à 2 particules à partir de  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$ .
2. On suppose maintenant que les particules peuvent interagir lorsqu'elles se trouvent précisément au même endroit (interaction de contact), ce qui se traduit par la perturbation  $\hat{V}_{\text{int}} = V_0\delta(\hat{x}_1 - \hat{x}_2)$ , où  $\delta(\hat{x}_1 - \hat{x}_2)$  est la fonction delta de Dirac. Calculer la correction d'énergie à l'ordre 1 pour chacun des états à deux particules précédemment établis. Discutez les valeurs relatives et les signes de ces corrections.
3. Répéter les calculs précédents dans le cas où les états à 2 particules sont impairs sous permutations. Comparer les résultats obtenus avec le cas symétrique et conclure.

### Exercice 3 : Information quantique (1 point)

Alice envoie à Bob un grand nombre de qu-bits. Ces qu-bits sont préparés comme suit:

- Alice jette une pièce de monnaie.
- Elle utilise un “mode d’emploi” (le même pour tous les qu-bits) qui dit que, si on obtient “pile”, Alice envoie un qu-bit dans l’état  $|\psi_p\rangle$ , et si on obtient “face”, elle envoie un qu-bit dans l’état  $|\psi_f\rangle$ .

Bob doit alors comprendre quel mode d’emploi Alice utilise. Au début du processus, Alice choisit l’un des trois modes d’emploi  $A$ ,  $B$ ,  $C$ :

$$\begin{aligned} A & : |\psi_p\rangle = |0\rangle; \quad |\psi_f\rangle = |1\rangle \\ B & : |\psi_p\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle); \quad |\psi_f\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle) \\ C & : |\psi_p\rangle = |0\rangle; \quad |\psi_f\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + i|1\rangle) \end{aligned}$$

Est-il possible pour Bob de deviner quel mode d’emploi Alice utilise? Pourquoi?

Indication: Pour chaque mode d’emploi, Alice est en train de produire un mélange statistique d’états. Etablir pour chaque mode d’emploi la matrice densité correspondante.